საქართველოს მეცნიერებათა ეროვნული აკადემია

ქართული ენციკლოპედიის ი. აბაშიძის სახელობის მთავარი სამეცნიერო რედაქცია

# ინვარიანტი

ინვარიანტი (ლათ. invarians, ნათ. ბრ. invariantis – უცვლელი), უცვლელი სიდიდე. განასხვავებენ ი-ს მათემატიკაში, ფიზიკაში, პროგრამირებაში, ფოლკლორისტიკაში (ფოლკლორული ნაწარმოების მოცემული სიუჟეტური ტიპისთვის დამახასიათებელი უცვლელი ნაწილი), ლინგვისტიკაში, ეკონომიკაში (პრეისკურანტის ი.) და ა. შ. მათემატიკაში ი-ების თეორიის მიმართ თანამედროვე მიდგომა ჩაისახა გერმ. მათემატიკოსის ფ. კლაინის (1849–1928) „ერლანგენის პროგრამაში" (1872). მანამდე, რ. დეკარტის მიერ კოორდინატთა მეთოდის შემოღებამ შესაძლებელი გახადა გეომ., შემდგომ კი ფიზ. ობიექტების აღწერა ალგებრის მეთოდებით, რამაც შესაბამისი დარგების მძლავრი და სწრაფი განვითარება განაპირობა. მეორე მხრივ, კოორდინატთა სისტემის შემოღება, ამოცანის შინაარსიდან გამომდინარე, მრავალნაირად არის შესაძლებელი და მკვლევრის არჩევანზეა დამოკიდებული. შესაბამისად, გეომ. თუ ფიზ. ობიექტის აღწერა დამოკიდებული ხდება სუბიექტურ ფაქტორზე. ფ. კლაინმა გეომ. ობიექტი დაუკავშირა ამ ობიექტის რიცხვითი მახასიათებლებისგან აგებულ ი-ებს, ანუ ისეთ კომბინაციებს, რ-ებიც უცვლელი რჩება კოორდინატთა სისტემის ამა თუ იმ გარდაქმნებისას. კოორდინატთა გარდაქმნების სიმრავლე შეადგენს გარდაქმნათა სხვადასხვა ჯგუფს (იხ. სტ. ჯგუფთა თეორია) – ორთოგონალურს, უნიტარულს, აფინურს (წრფივს), პროექციულს და ა. შ. ფ. კლაინმა გარდაქმნათა თითოეულ ჯგუფს დაუკავშირა შესაბამისი გეომეტრია, რითაც ერთიანი მიდგომით შეძლო აღეწერა მანამდე დაუკავშირებელი ევკლიდური, ლობაჩევსკის, რიმანისა და იმ დროისთვის ცნობილი სხვა გეომეტრიები. ი-ების სიმრავლეში (მოცემული ჯგუფის მიმართ) შესაძლებელია მოიძებნოს ი-თა პოლინომური ბაზისი. მოცემული გეომ. ყველა სხვა ი. გამოისახება საბაზისო ი-ების პოლინომებით (უფრო ზოგად შემთხვევებში – რაციონალური ფუნქციებით). თვით საბაზისო ი-ები, საზოგადოდ, არ არის ალგებრულად დამოუკიდებელი, მათ შორის არსებობს პოლინომური თანაფარდობები. ამ კავშირებს – ს ი ზ ი გ ი ე ბ ს – ფ. კლაინმა მოცემული გეომეტრიის

ძირითადი თეორემები უწოდა. დაისვა ამოცანა: გარდაქმნათა მოცემული ჯგუფისთვის აიგოს ი-ების პოლინომური ბაზისი და მოიძებნოს სიზიგიების სრული სისტემა. ი-თა პოლინომური ბაზისის და სიზიგიების სრული სისტემის არსებობა ზოგად შემთხვევაში დაამტკიცა გერმ. მათემატიკოსმა დ. ჰილბერტმა (1897). შემდგომ კვლევებში ნაწილობრივ განხორციელდა კლაინისა და ჰილბერტის პროგრამა გარდაქმნათა ზოგიერთი ჯგუფისთვის [გერმ. მათემატიკოსები ჰ. ვეილი (1885– 1955), ზ. არონგოლდი (1819–84)] და დაისვა ახალი ამოცანები. ფიზიკაში ი-ების თეორიის მიღწევები უკავშირდება ა. აინშტაინის ფარდობითობის კერძო (1905) და ზოგად (1915) თეორიებს.

ი-თა თეორიის ტერმინებში ფარდობითობის თეორია თანმიმდევრულად ჩამოაყალიბა ვ. პაულიმ (1922). გარდაქმნათა სხვადასხვა ჯგუფების (უნიტარული, ორთოგონალური, სიმპლექტური, ზოგადი წერტილოვანი, კანონიკური, კონფორმული, სუპერსიმეტრიული და სხვ.) მიმართ ი-ების შესწავლას ფუნდამენტური მნიშვნელობა აქვს როგორც ფიზ. გამოყენებებისთვის, ასევე ი-თა თეორიის განვითარებისთვის.

ს ა ქ ა რ თ ვ ე ლ ო შ ი ი-თა თეორიის განვითარებასა და გამოყენებაში მნიშვნელოვანი წვლილი შეიტანეს ა. ელაშვილმა, მ. ელიაშვილმა, ა. კვინიხიძემ, ი. ლომიძემ, ჯ. ჩქარეულმა, ნ. ცინცაძემ, ა. ხვედელიძემ, ა. ხელაშვილმა, ჯ. ჯავახიშვილმა, მ. ჯიბლაძემ, გ. ჯორჯაძემ და სხვ. ა. ელაშვილმა მიიღო ცხადი ფორმულა სასრულგანზომილებიანი ვექტორული V სივრცისთვის მარტივი ან დაუყვანადი $G \subset GL(V)$ ქვეჯგუფის ი-თა ალგებრის ბაზისის ალგებრულად დამოუკიდებელი პოლინომიალური ი-ების რაოდენობისათვის. ა. ელაშვილმა და მ. ჯიბლაძემ მიიღეს სასრული ციკლური ჯგუფების რეგულარული წარმოდგენების პოლინომიალურ ი-თა ალგებრის საბაზო ი-ების რაოდენობის გამომსახველი ცხადი ფორმულა, რ-დანაც გამომდინარეობს ორადობის თეორემა (ეს თეორემა შემდგომ ა. ელაშვილმა, დ. პატარაიამ და მ. ჯიბლაძემ დაამტკიცეს კომბინატორული მეთოდებით). მ. ელიაშვილმა, გ. ციციშვილთან ერთად, შეისწავლა ორგანზომილებიანი დისკრეტული სიმეტრიის ჯგუფის ი-ები და გამოიყენა მიღებული შედეგები გრაფენის თვისებების აღსაწერად. ა. კვინიხიძე, ჯ. ჩქარეული და სხვ. იკვლევენ ი-ებს (სიმეტრიებს) ყალიბრული გარდაქმნების ჯგუფის მიმართ. ჯ. ჩქარეულმა, ანდრონიკაშვილის სახ. ფიზიკის ინ-ტის სხვა თანამშრომლებთან ერთად, შეისწავლა ლორენც-ინვარიანტობის შესაძლო დარღვევის შედეგები. ი. ლომიძემ სასრულ-განზომილებიან სივრცეში ააგო ზოგადი უნიტარული და ორთოგონალური ჯგუფების ალგებრული ი-ების პოლინომური ბაზისი და მისი გამოყენებით იპოვა ზოგიერთი ფიზ. ამოცანის ახალი ფორმულირება და ამონახსნები. ნ. ცინცაძემ და ჯ. ჯავახიშვილმა ააგეს ლორენც-ინვარიანტული თერმოდინამიკური სიდიდეები და გამოიყენეს ზემაღალტემპერატურული პლაზმის აღსაწერად. ა. ხვედელიძე [ვ. გერდტთან და სხვ. (JINR, რუსეთი) ერთად] უნიტარული ჯგუფის ქვეჯგუფების პირდაპირი ნამრავლის ი-ებს იყენებს კვანტური კომპიუტერის მდგომარეობების აღსაწერად. ა. ხელაშვილმა (თ. ხაჩიძესთან ერთად) აჩვენა, რომ სუპერსიმეტრიული გარდაქმნების მიმართ ინვარიანტული პოტენციალი აუცილებლად კულონური უნდა იყოს. გ. ჯორჯაძე იყენებს უნიტარული,

ლორენცის, კონფორმული და ზოგადი წერტილოვანი გარდაქმნების ჯგუფების ი-ებს ველის კვანტური თეორიის, მაღალი ენერგიების ფიზიკისა და კოსმოლოგიის ამოცანებში.

*ლიტ.*: ვ ე კ უ ა  ი., ტენზორული ანალიზისა და კოვარიანტთა თეორიის საფუძვლები, თბ., 1982; ლ ო მ ი ძ ე  ი., ოპერატორთა უნიტარული და ორთოგონალური ინვარიანტები და მათი გამოყენება ფიზიკურ და მათემატიკურ ამოცანებში, თბ., 2009; В е к у а  И. Н., Основы тензорного анализа и теории ковариантов, М., 1978; Г у р е в и ч  Г. Б., Основы теории алгебраических инвариантов, Л.–М., 1948; H o r n  R., J o h n s o n  Ch., Matrix Analysis, 2-nd ed., Cambr., 2013.

***ი. ლომიძე***