საქართველოს მეცნიერებათა ეროვნული აკადემია

ქართული ენციკლოპედიის ი. აბაშიძის სახელობის მთავარი სამეცნიერო რედაქცია

კარლემან–ვეკუას განტოლება

კარლემან–ვეკუას განტოლება, კერძოწარმოებულიანი დიფერენციალური განტოლება, რომლის ამონახსნთა გარკვეული კლასის ანალიზი საფუძვლად უდევს განზოგადოებულ ანალიზურ ფუნქციათა თეორიას.

კლასიკური ანალიზური ფუნქციების თეორიის აგების ბ. რიმანის მიდგომა ემყარება დიფერენციალურ განტოლებათა სისტემის (დგს-ის) $\partial u/\partial x-\partial \upsilon/\partial y=0$, $\partial u/\partial y+\partial \upsilon/\partial x=0$ (მას უწოდებენ კოში - რიმანის სისტემას, აგრეთვე დალამბერ - ეილერის სისტემასაც), $u(x,y)$, $\upsilon(x,y)$, ამონახსნების ანალიზს (x,y) სიბრტყეში. კომპლექსურ აღნიშვნებში $\partial/\bar{z}=(\partial/\partial x+i\partial/\partial y)/2$, $w=u+iv$, $\bar{w}=u-iv$, კოში - რიმანის დგს-ს აქვს მარტივი სახე $\partial\bar{w}/\partial\bar{z}=0$. XIX ს. ბოლოს ფრანგმა მათემატიკოსმა შ.-ე. პიკარმა (1856–1941) დასვა მსგავსი თეორიის აგების ამოცანა ზოგადი ელიფსური დგს-ებისთვის, რ-თა კოეფიციენტები (x,y) სიბრტყეზე განსაზღვრული მოცემული ფუნქციებია. ასეთი დგს-ების (მათი კოეფიციენტების სიგლუვის მიმართ საკმარისად ზოგადი მოთხოვნების პირობებში) კანონიკური წარმომადგენელია კომპლექსური განტოლება $\partial w/\partial\bar{z}+Aw+B\bar{w}=0$, რ-საც კ.-ვ. გ-ს უწოდებენ.

XX ს. 30-იანი წლების დასაწყისში შვედმა მათემატიკოსმა ტ. კარლემანმა (1892–1949) დაამტკიცა კ.- ვ. გ-ის ამონახსნის ერთადერთობის თეორემა. 1952 ი. ვეკუამ ჩამოაყალიბა ამავე განტოლების ამონახსნთა თეორიის - განზოგადებულ ანალიზურ ფუნქციათა თეორიის - საფუძვლები. 1958 გამოქვეყნდა მისი მონოგრაფია „Обобщенные аналитические функции", რ-შიც შეჯამებულია ი. ვეკუას, მის მოწაფეთა და მიმდევართა მრავალწლიანი კვლევების შედეგები; განზოგადებულ ანალიზურ ფუნქციათა თეორია იქცა მათ. ანალიზის დამოუკიდებელ მიმართულებად.

კ.-ვ. გ. წარმოადგენს ინტენსიური კვლევის ობიექტს როგორც წმინდა თეორიული, აგრეთვე გამოყენებითი ხასიათის მიმარ- თულებით მრავალი სპეციალისტისთვის საქართველოში და მის ფარგლებს გარეთ. გ. მანჯავიძემ და გ. ახალაიამ გამოიკვლიეს სასაზღვრო ამოცანები კ.-ვ. გ-ისათვის და განტოლებათა სისტემებისთვის; ნ. ქალდანმა შეისწავლა მისი ამონახსნის წარმოდგენის საკითხი ხარისხოვან მწკრივად; კ.-ვ. გ რიმანის ზედაპირებზე და მის ამონახსნთა სივრცის სტრუქტურა შეისწავლა გ. გიორგაძემ, განტოლება კლიფორდის ანალიზის თვალსაზრისით განიხილა ე. ობოლაშვილმა. მას ფართოდ იყენებენ გ. მაქაცარია (შეისწავლა კ.-ვ. გ-ები, რ-თაც პოლარული განსაკუთრებულობა აქვს), ვ. ა. ჯიქია (იკვლევს კარლემან-ვეკუას არარეგულარულ განტოლებებს, რებიც წარმოადგენს ამ ტიპის ერთი განტოლების განზოგადებას) და სხვები.

კ.–ვ. გ-ების სისტემასთან უშუალო კავშირშია ბერსის ფ ს ე ვ - დ ო ა ნ ა ლ ი ზ უ რ ფ უ ნ ქ ც ი ა თ ა თ ე ო რ ი ა , კ ვ ა ზ ი კ ო ნ ფ ო რ მ უ - ლ ი ა ს ა ხ ვ ე ბ ი დ ა ბ ე ლ ტ რ ა - მ ი ს გ ა ნ ტ ო ლ ე ბ ა, აგრეთვე მათი განზოგადებები.

ლიტ.: В е к у а И. Н., Системы дифференциальных уравнений первого порядка эллиптического типа и граничные задачи с применением к теории оболочек, «Математический сборник», 1952, т. 31, № 2; მ ი ს ი ვ ე , Обобщенные аналитические функции, М., 1958 (2-е изд. М., 1988); A k h a l a i a G., G i o r g a d z e G., J i k i a V. A., K a l d a n i N., M a k a t s a r i a G., M a n j a v i d z e N., Elliptic systems on Riemann surfaces, «Lectures Notes of TICMI», v.13, Tbilisi, 2012; O b o l a s h v i l i E., Partial Differential Equations in Clifford Analysis, Longman, 1998.

გ. გიორგაძე

გ. მაქაცარია