



საქართველოს მეცნიერებათა ეროვნული აკადემია

ქართული ენციკლოპედიის ი. აბაშიძის სახელობის მთავარი სამეცნიერო რედაქცია

კარლემან-ვეკუას განტოლება

კარლემან-ვეკუას განტოლება, კერძონარმოებულიანი დიფერენციალური განტოლება, რომლის ამონახსნთა გარკვეული კლასის ანალიზი საფუძვლად უდევს განზოგადოებულ ანალიზურ ფუნქციათა თეორიას.

კლასიკური ანალიზური ფუნქციების თეორიის აგების ბ. რიმანის მიდგომა ემყარება დიფერენციალურ განტოლებათა სისტემის (დგს-ის) $au/\partial x - av/\partial y = 0$, $av/\partial y + au/\partial x = 0$ (მას უწოდებენ კოში - რიმანის სისტემას, აგრეთვე დალაშბერ - ეილერის სისტემასაც), $u(x,y)$, $v(x,y)$, ამონახსნების ანალიზს (x,y) სიბრტყეში. კომპლექსურ აღნიშვნებში $\partial/\partial \bar{z} = (\partial/\partial x + i\partial/\partial y)/2$, $w = u + iv$, $\bar{w} = u - iv$, კოში - რიმანის დგს-ს აქვს მარტივი სახე $\partial \bar{w} / \partial \bar{z} = 0$. XIX ს. ბოლოს ფრანგმა მათემატიკოსმა შ.-ე. პიკარმა (1856-1941) დასვა მსგავსი თეორიის აგების ამოცანა ზოგადი ელიფსური დგს-ებისთვის, რ-თა კოეფიციენტები (x,y) სიბრტყეზე განსაზღვრული მოცემული ფუნქციებია. ასეთი დგს-ების (მათი კოეფიციენტების სიგლუვის მიმართ საკმარისად ზოგადი მოთხოვნების პირობებში) კანონიკური წარმომადგენელია კომპლექსური განტოლება $\partial w / \partial \bar{z} + Aw + B\bar{w} = 0$, რ-საც კ.-ვ. გ-ს უწოდებენ.

XX ს. 30-იანი წლების დასაწყისში შვედმა მათემატიკოსმა ტ. კარლემანმა (1892-1949) დაამტკიცა კ.- ვ. გ-ის ამონახსნის ერთადერთობის თეორემა. 1952 ი. ვეკუამ ჩამოაყალიბა ამავე განტოლების ამონახსნთა თეორიის - განზოგადოებულ ანალიზურ ფუნქციათა თეორიის - საფუძვლები. 1958 გამოქვეყნდა მისი მონოგრაფია „Обобщенные аналитические функции“, რ-შიც შეჯამებულია ი. ვეკუას, მის მოწაფეთა და მიმდევართა მრავალწლიანი კვლევების შედეგები; განზოგადოებულ ანალიზურ ფუნქციათა თეორია იქცა მათ. ანალიზის დამოუკიდებელ მიმართულებად.

კ.-ვ. გ. წარმოადგენს ინტენსიური კვლევის ობიექტს როგორც წმინდა თეორიული, აგრეთვე გამოყენებითი ხასიათის მიმარ- თულებით მრავალი სპეციალისტისთვის საქართველოში და მის ფარგლებს გარეთ. გ. მანჯავიძემ და გ. ახალაიამ გამოიკვლიეს სასაზღვრო ამოცანები კ.-ვ. გ-ისათვის და განტოლებათა სისტემებისთვის; ნ. ქალდანმა შეისწავლა მისი ამონახსნის წარმოადგენის საკითხი ხარისხოვან მწკრივად; კ.-ვ. გ. რიმანის ზედაპირებზე და მის ამონახსნთა სივრცის სტრუქტურა შეისწავლა გ. გიორგაძემ, განტოლება კლიფორდის ანალიზის თვალსაზრისით განიხილა ე. ობოლაშვილმა. მას ფართოდ იყენებენ გ. მაქაცარია (შეისწავლა კ.-ვ. გ-ები, რ-თაც პოლარული განსაკუთრებულობა აქვს), ვ. ა. ჯიქია (იკვლევს კარლემან-ვეკუას არარეგულარულ განტოლებებს, რებიც წარმოადგენს ამ ტიპის ერთი განტოლების განზოგადებას) და სხვები.

კ.-ვ. გ-ების სისტემასთან უშუალო კავშირშია ბერსის ფ ს ე ვ - დ ო ა ნ ა ლ ი ზ უ რ ფ უ ნ ქ ც ი ა თ ა თ ე ო რ ი ა , კ ვ ა ზ ი კ ო ნ ფ ო რ მ უ - ლ ი ა ს ა ხ ვ ე ბ ი დ ა ბ ე ლ ტ რ ა - მ ი ს გ ა ნ ტ ო ლ ე ბ ა , აგრეთვე მათი განზოგადებები.

ლიტ.: В е к у а И. Н., Системы дифференциальных уравнений первого порядка эллиптического типа и граничные задачи с применением к теории оболочек, «Математический сборник», 1952, т. 31, № 2; მ ი ს ი ვ ე , Обобщенные аналитические функции, М., 1958 (2-е изд. М., 1988); A k h a l a i a G., G i o r g a d z e G., J i k i a V. A., K a l d a n i N., M a k a t s a r i a G., M a n j a v i d z e N., Elliptic systems on Riemann surfaces, «Lectures Notes of TICMI», v.13, Tbilisi, 2012; O b o l a s h v i l i E., Partial Differential Equations in Clifford Analysis, Longman, 1998.

გ. გიორგაძე

გ. მაქაცარია
